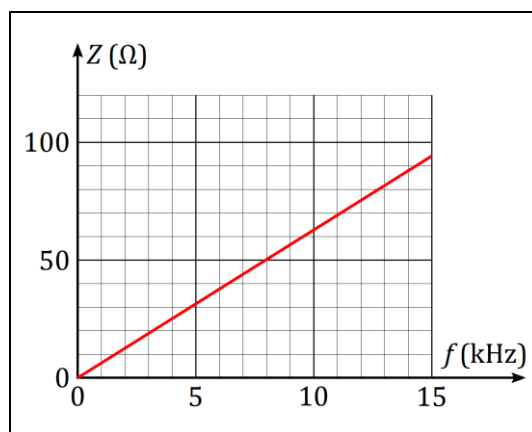
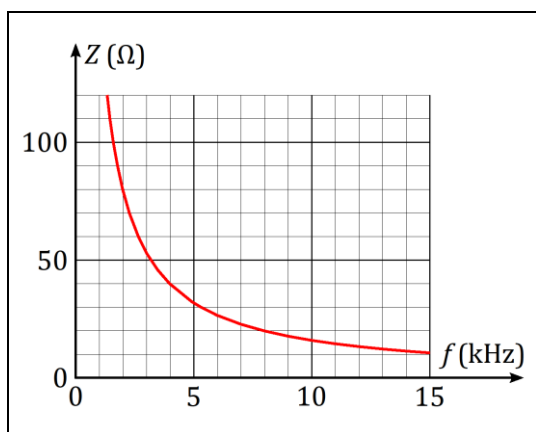


| | | | | | | |
|---|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|----------------|---|
| ◀ | <i>Tartalom</i> | <i>Fogalmak</i> | <i>Törvények</i> | <i>Képletek</i> | <i>Lexikon</i> | ▶ |
|---|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|----------------|---|

Rezgőkörök rezonanciája

Ha a sorosan kapcsolt ohmos ellenállásból, tekercsből és kondenzátorból álló rendszert váltakozó feszültségű áramforrásra kapcsoljuk, akkor a rendszeren át váltakozó áram halad át. Az áramkörben a töltéshordozók ilyenkor rezgőmozgást végeznek, azaz elektromos kényszerrezgés jön létre. Emiatt *a sorosan kapcsolt ohmos ellenállásból, tekercsből és kondenzátorból álló rendszert soros rezgőkörnek nevezünk.*

Elemezzük, hogyan függ a soros rezgőkör látszólagos ellenállása a váltakozó feszültség frekvenciájától! Tudjuk, hogy alacsony frekvenciákon a kondenzátor látszólagos ellenállása jelentős, magas frekvenciákon viszont nagy a tekercs látszólagos ellenállása. (Az alábbi grafikonok egy 1 μF kapacitású kondenzátor, illetve egy 1 mH induktivitású tekercs látszólagos ellenállását ábrázolják a frekvencia függvényeként.)



Mindezek miatt a soros rezgőkör látszólagos ellenállása várhatóan valamilyen közbülső frekvenciánál lesz a legkisebb.

A váltakozó áramú ellenállások kapcsolása című fejezetben láttuk, hogy a sorosan kapcsolt ohmos ellenállásból, tekercsből és kondenzátorból álló soros rezgőkör látszólagos ellenállása:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}. \quad (1)$$

A jobb oldali kifejezés akkor lesz a legkisebb, ha a gyök alatti mennyiségnek is minimuma van. Az R^2 független a frekvenciától. A második tag a négyzetre emelés miatt

nem lehet negatív, a legkisebb értéke tehát nulla lehet. A gyök alatti összeg így akkor lesz a legkisebb, ha

$$(X_L - X_C)^2 = 0,$$

$$X_L - X_C = 0,$$

$$X_L = X_C.$$

Felhasználva a tekercs és a kondenzátor látszólagos ellenállását megadó összefüggéseket:

$$\omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C}.$$

Ebből a körfrekvencia kifejezhető:

$$\omega^2 = \frac{1}{L \cdot C},$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}.$$

A körfrekvenciára vonatkozó $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ összefüggést alkalmazva:

$$2 \cdot \pi \cdot f = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}},$$

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}.$$

Eszerint a soros rezgőkör látszólagos ellenállása akkor minimális, ha a rákapcsolt váltakozó feszültség frekvenciája:

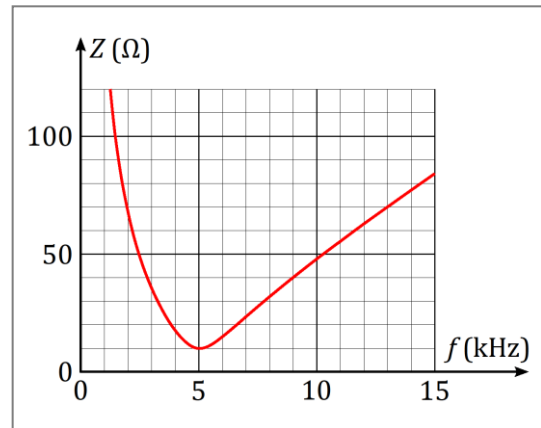
$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}.$$

Ezt az összefüggést *Thomson-képletnek* nevezzük.

Az (1) összefüggésből és a levezetésből adódik, hogy ennél a frekvenciánál a látszólagos ellenállás:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + 0} = R.$$

Ha az (1) képlet alapján ábrázoljuk, hogy hogyan függ egy soros rezgőkör látszólagos ellenállása a frekvenciától, akkor egy jellegzetes rezonanciagörbét kapunk. A soros rezgőkör látszólagos ellenállása a Thomson-képletből adódó frekvenciánál a legkisebb. (A grafikonhoz tartozó rezgőkör adatai: $R = 10 \Omega$, $L = 1 \text{ mH}$, $C = 1 \mu\text{F}$.)



A fentiek miatt a Thomson-képlettel meghatározható frekvenciát a rezgőkör rezonanciafrekvenciájának nevezzük.

A párhuzamosan kapcsolt ohmos ellenállásból, tekercsből és kondenzátorból álló rendszert párhuzamos rezgőkörnek nevezzük. A *váltakozó áramú ellenállások kapcsolása* című fejezetben láttuk, hogy a párhuzamosan kapcsolt ohmos ellenállásból, tekercsből és kondenzátorból álló soros rezgőkör látszólagos ellenállása:

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}. \quad (2)$$

A Thomson-képlet által meghatározott frekvenciánál

$$X_L = X_C,$$

ezért

$$\left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2 = 0.$$

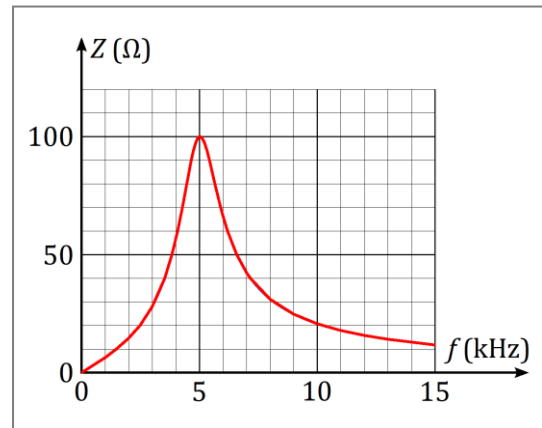
Ennek alapján a (2) összefüggésből:

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + 0} = \frac{1}{R}.$$

Ebből adódóan a Thomson-képlet által meghatározott frekvenciánál a párhuzamos rezgőkör látszólagos ellenállása:

$$Z = R.$$

Ha a (2) képlet alapján ábrázoljuk, hogy hogyan függ egy párhuzamos rezgőkör látszólagos ellenállása a frekvenciától, akkor egy jellegzetes rezonanciagörbét kapunk. A párhuzamos rezgőkör látszólagos ellenállása a Thomson-képletből adódó frekvenciánál a legnagyobb. (A grafikonhoz tartozó rezgőkör adatai: $R = 100 \Omega$, $L = 1 \text{ mH}$, $C = 1 \mu\text{F}$.)



Kiegészítések

1. A Thomson-képletből meghatározható a periódusidő értéke is:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}.$$

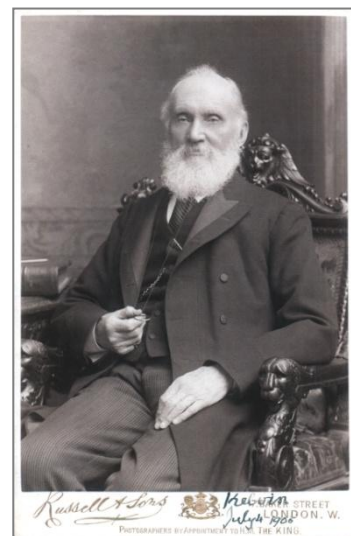
Ezt az összefüggést szintén *Thomson-képletnek* nevezzük.

2. A grafikonon szereplő rezgőköröknél a Thomson-képletből számított frekvencia:

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{0,001 \text{ H} \cdot 10^{-6} \text{ F}}} \approx 5033 \text{ Hz}.$$

Ez mindkét esetben megegyezik a grafikonokról leolvasható értékkel. Az is ellenőrizhető, hogy ezen a frekvencián a látszólagos ellenállás értéke mindkét esetben megegyezik a rezgőkörben lévő ohmos ellenállás értékével (10 Ω , illetve 100 Ω .)

3. A Thomson-képletet William *Thomson* (1824–1907) angol fizikus vezette le elméleti úton. A képletet az 1853-ban megjelent egyik tanulmányában ismertette. Thomson 1892-ben nemesi címet kapott, ettől kezdve az ezzel járó *Lord Kelvin* nevet viselte. Thomson kiemelkedő szerepet játszott az Atlanti-óceán alatti első (1858) és második (1866) távírókábel tervezésében. Hőtan kutatásai is jelentősek, ennek elismeréseként róla nevezték el a hőmérséklet SI-egységét, a *kelvint*. Thomson 1873-tól a *Magyar Tudományos Akadémia* tiszteleti tagja volt.



Képek jegyzéke

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | Tekercs látszólagos ellenállása a frekvencia függvényeként © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0580.svg |
|  | Kondenzátor látszólagos ellenállása a frekvencia függvényeként © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0581.svg |
|  | Soros rezgőkör látszólagos ellenállása a frekvencia függvényeként © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0582.svg |
|  | Párhuzamos rezgőkör látszólagos ellenállása a frekvencia függvényeként © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0583.svg |
|  | William Thomson (Lord Kelvin) arcképe W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Portrait_of_William_Thomson,__Baron_Kelvin.jpg |

Jelmagyarázat:

- © **Jogvéde**tt anyag, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.
- W A *Wikimedia Commons*-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.