Egyszerű gépek: Az ék és a csavar

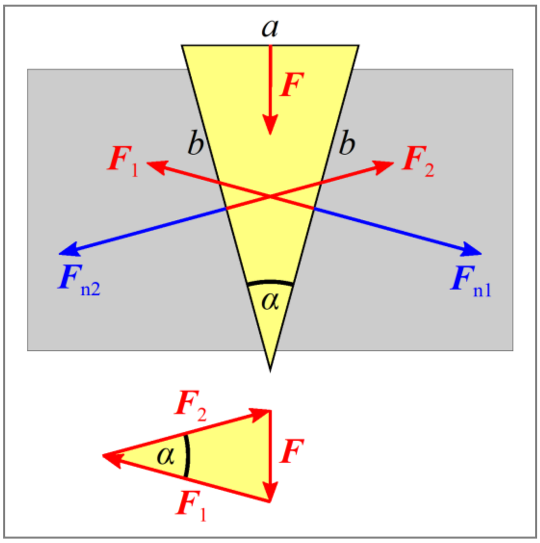
Az ék

Az ék egy szilárd anyagból készített olyan háromszög alapú hasáb, amelyet egy résbe nyomva az ék viszonylag nagy erőt fejt ki a rés két oldalfalára. Az ékkel kifejthető hatalmas erőt érzékelteti, hogy ékek segítségével hatalmas kőtömbök is kettéhasíthatók.

Éket használnak továbbá a szerszámok nyelének rögzítésére, az ajtó kitámasztására, de ékként működik sok szerszám is (fejsze, gyalu, véső stb.).

Az ékek működése visszavezethető a lejtőre. A szimmetrikus ék például két $\alpha/2$ hajlásszögű lejtő együttesének tekinthető. Egy szimmetrikus ék egyensúlya esetén az ék fokára ható $\boldsymbol{F}$ erő és az ék oldallapjaira ható $\boldsymbol{F}_1$ és $\boldsymbol{F}_2$ erők vektori összege nullvektor:

$$\boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 = \boldsymbol{0}\,.$$



A három erőt háromszögmódszerrel összegezve tehát nullvektort kapunk, azaz az $\boldsymbol{F}$ kezdőpontja és $\boldsymbol{F}_2$végpontja egybeesik. A szimmetria miatt az $\boldsymbol{F}_1$ és $\boldsymbol{F}_2$ erők azonos nagyságúak. A rajzon sárgával jelölt egyenlő szárú háromszögek hasonlók (mert két oldaluk aránya és a köztük lévő szög megegyezik), ezért

$$\frac{F_1}{F} = \frac{b}{a}.$$

Ebből az ék jobb oldali lapjára ható erő nagysága:

$$F_1 = \frac{b}{a} \cdot F \,.$$

A szimmetria miatt ugyanekkora a másik oldallapra ható erő is, azaz

$$F_2 = \frac{b}{a} \cdot F \,.$$

A hatás ellenhatás törvénye miatt az ék is ugyanekkora erőket fejt ki a rés két oldalfalára:

$$F_{n1} = F_{n2} = \frac{b}{a} \cdot F \,.$$

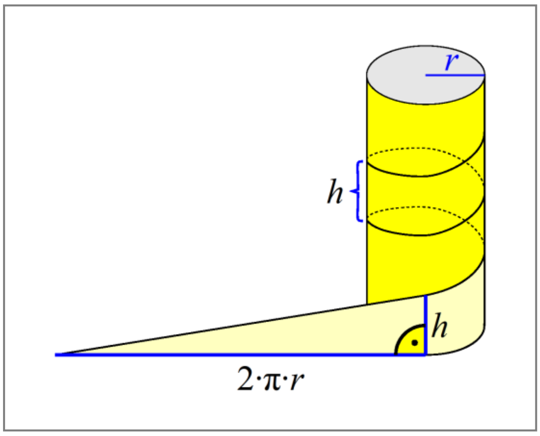
Emiatt tehát az olyan ékeknél, ahol $b > a$, az oldallapok által kifejtett $\boldsymbol{F}_{n1}$ és $\boldsymbol{F}_{n2}$ erők nagyobbak, mint az ék fokára ható $\boldsymbol{F}$ erő.

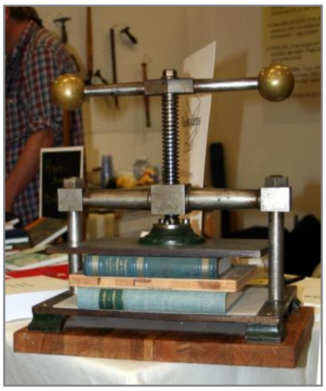
$$F_{n1} = F_{n2} > F \,.$$

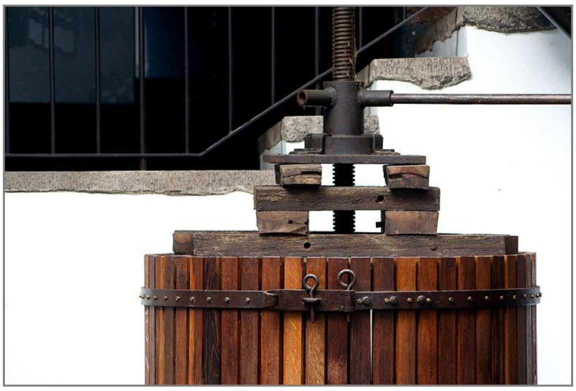
Ha az ék oldallapjai nagyon kicsiny szöget zárnak be egymással, akkor az oldallapokra ható erők rendkívül nagyok lehetnek.

A csavar

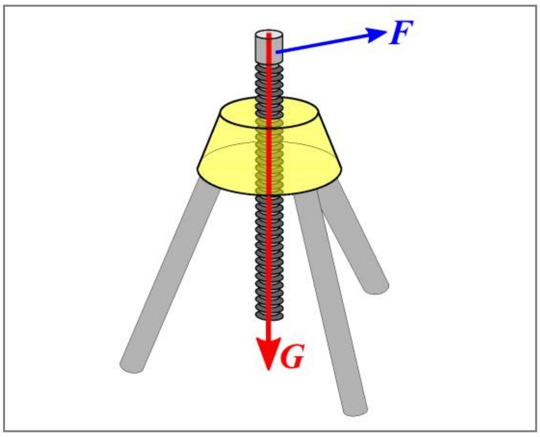
A csavar működése a lejtőre vezethető vissza, mert a rajz alapján belátható, hogy a csavar egy hengerre feltekert lejtőnek tekinthető. A csavart gyakran használják nagy emelő- vagy szorítóerők létrehozására (csavaros emelőbak, könyvkötő prés, satu, szőlőprés, asztalos szorító stb.). Csavarokat használunk különféle tárgyak, alkatrészek egymáshoz rögzítésére is.

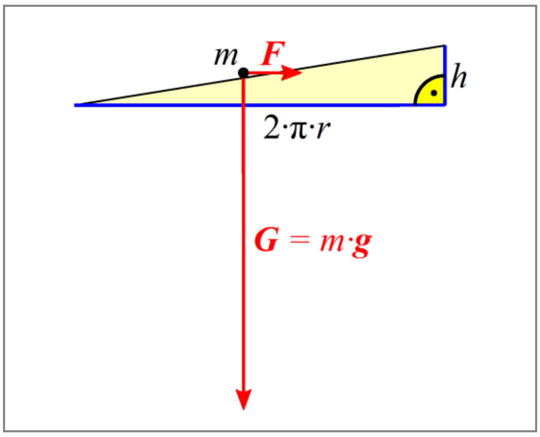






Az ábrán egy csavaros emelő vázlatrajza látható, amellyel egy $\boldsymbol{G}$ súlyú terhet akarunk felemelni. Vizsgáljuk meg, mekkora $\boldsymbol{F}$ erőt kell a csavar kerületén érintő irányba kifejteni ahhoz, hogy a csavar egyensúlyban legyen! (A csavar súlya a teherhez képest kicsi, ezért elhanyagolhatjuk.) A teher a csavarorsó közvetítésével nyomja a sárgával jelölt csavartok (csavaranya) belső meneteit (a lejtőt). Ha a csavartok egyetlen menetét gondolatban kiterítjük, akkor egy olyan lejtőt kapunk, amelynek magassága h, alapja pedig $a = 2 \cdot \pi \cdot r$ nagyságú. Az ezen a lejtőn elhelyezkedő (most pontszerű testként ábrázolt) terhet kell tehát egy vízszintes irányú $\boldsymbol{F}$ erővel megtartani. Az egyszerű gépek: A lejtő című fejezetben láttuk, hogy ha egy m tömegű testet akarunk egyensúlyban tartani, akkor az ehhez szükséges vízszintes irányú erő nagysága





$$F = m \cdot g \cdot \frac{h}{a}.$$

Ezt és a $G = m \cdot g$ képletet felhasználva *a csavar egyensúlyban tartásához szükséges erő*:

$$F = G \cdot \frac{h}{2 \cdot \pi \cdot r}\ . \qquad (1)$$

Eszerint kis menetemelkedés (h) és nagy sugár (r) esetén az egyensúlyban tartásához szükséges F erő lényegesen kisebb lehet, mint a csavarra ható G nagyságú súly.

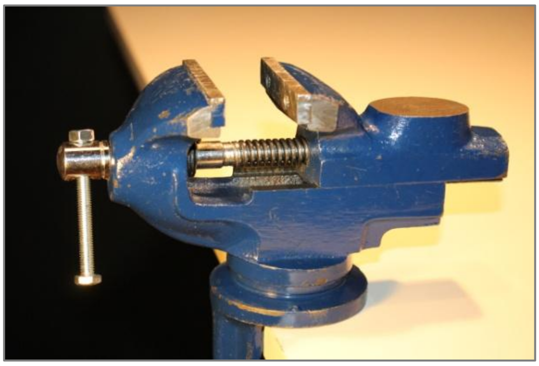
A kapott (1) összefüggés mindkét oldalát szorozzuk meg a csavar sugarával:

$$F \cdot r = G \cdot \frac{h}{2 \cdot \pi}.$$

A bal oldalon az F erőnek a csavarra kifejtett forgatónyomatéka szerepel, ezt M-mel jelölve azt kapjuk, hogy *a csavar egyensúlyban tartásához szükséges forgatónyomaték*:

$$M = G \cdot \frac{h}{2 \cdot \pi}\ . \qquad (2)$$

Mivel a csavar helyzete a működését nem befolyásolja, az (1) és (2) összefüggések akkor is érvényesek, ha nem egy terhet szeretnénk felemelni, hanem a csavar tengelyének irányába eső, G nagyságú erőt akarunk vele kifejteni. Ez a helyzet például a satunál, ahol egy vízszintes tengelyű csavarral szorítjuk össze a satupofákat.



Kiegészítés

1. A valóságban az (1), illetve (2) képletek csak akkor érvényesek, ha a súrlódás elhanyagolhatóan kicsi. A gyakorlatban azonban néha a súrlódás miatt ennél lényegesen nagyobb erőre, illetve forgatónyomatékra van szükség.

2. Az (1) összefüggés más módon is levezethető. Ha a csavarorsót egyszer körbeforgatjuk, akkor az általunk végzett munka a kifejtett F erő és az erő irányba eső $2 \cdot \pi \cdot r$ elmozdulás szorzataként is felírható:

$$W = F \cdot 2 \cdot \pi \cdot r.$$

Eközben azonban a $\boldsymbol{G}$ súlyú teher a menetemelkedésnek megfelelő h magassággal feljebb kerül. A nehézségi erő ellenében végzett munka így a

$$W = G \cdot h.$$

képlet alapján is kiszámítható. Ebből a két összefüggésből

$$F \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = G \cdot h,$$

$$F = G \cdot \frac{h}{2 \cdot \pi \cdot r}.$$

Ez pedig éppen az igazolandó (1) összefüggés.

Példa

Az M10 csavar átmérője 10 mm, menetemelkedése 1,5 mm. (Egy ilyen csavar és a hozzá tartozó csavaranya látható az egyik fenti fényképen.)

a) A csavar kerülete mentén ható, az érintő irányába eső F erőnél hányszor nagyobb súlyt lehet a csavarral megemelni, ha a súrlódás elhanyagolhatóan kicsi?

b) Az F erőnél hányszor nagyobb súlyt lehet a csavarral megemelni, ha az F erő erőkarját egy villáskulccsal 15 centiméterre növeljük és a súrlódás elhanyagolhatóan kicsi?

$d = 10\ \text{mm} \qquad \Longrightarrow \qquad r = 5\ \text{mm}$

$h = 1{,}5\ \text{mm}$

$k = 15\ \text{cm} = 150\ \text{mm}$

$\frac{G}{F} = ?$

a) Az (1) összefüggés alapján:

$$F = G \cdot \frac{h}{2 \cdot \pi \cdot r},$$

$$\frac{G}{F} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{h} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5\ \text{mm}}{1{,}5\ \text{mm}} \approx 20{,}9.$$

Egy ilyen csavarral tehát a csavar kerületén ható F érintőirányú erőnél kb. 21-szer nagyobb súlyt lehet megemelni.

b) A (2) összefüggés alapján:

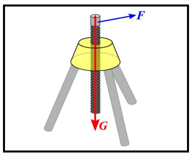
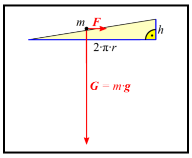
$$M = G \cdot \frac{h}{2 \cdot \pi},$$

$$F \cdot k = G \cdot \frac{h}{2 \cdot \pi},$$

$$\frac{G}{F} = \frac{2 \cdot \pi \cdot k}{h} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 150\ \text{mm}}{1{,}5\ \text{mm}} \approx 628.$$

A villáskulccsal és egy ilyen csavarral tehát az F erőnél 628-szor nagyobb súlyt lehet megemelni.

Képek jegyzéke

	**A csavarra ható erők** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0186.svg
	**Rajz a csavar egyensúlyi feltételének levezetéséhez** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0187.svg
	**Satu** © http://www.fizikakonyv.hu/fotok/0008.jpg

Jelmagyarázat:

© **Jogvédett anyag**, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.

W A ***Wikimedia Commons***-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.